

Linguagens Formais e Autômatos

Autômato com Pilha

Prof. Anderson Belgamo

Autômato com Pilha

- Análogo ao autômato finito incluindo
 - Não-determinismo
 - Estrutura de pilha
- Não-determinismo versus AP
 - Aumenta o poder computacional
 - exemplo: o reconhecimento da linguagem
 - $\{ww^r \mid w \text{ é palavra sobre } \{a,b\}\}$ só é possível por um AP não-determinístico

Autômato com Pilha

- Pilha
 - Memória auxiliar
 - Independente da fita de entrada
 - Não possui limite máximo de tamanho (“infinita”)
- Estrutura de uma pilha
 - Último símbolo gravado é o primeiro a ser lido
 - Base: é fixa e define o seu início
 - Topo: é variável e define a posição do último símbolo gravado.

Autômato com Pilha

- Poder computacional do AP
 - Superior ao do Autômato Finito mas ainda é restrito.
 - Exemplo: não reconhece $\{ww \mid w \text{ é palavra sobre } \{a,b\}\}$
 - $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

Autômato com Pilha

- Definição
 - Duas definições universalmente aceitas
 - Diferem no critério de parada do autômato
- Estados Finais
 - Valor inicial da pilha é vazio
 - AP pára aceitando ao atingir um estado final

Autômato com Pilha

- Pilha Vazia
 - Pilha contém, inicialmente, um símbolo especial denominado símbolo inicial da pilha.
 - Não existem estados finais
 - AP pára aceitando quando a pilha estiver vazia
- As duas definições são equivalentes
 - Possuem o mesmo poder computacional

Autômato com Pilha

- Pilha Vazia
 - Pilha contém, inicialmente, um símbolo especial denominado símbolo inicial da pilha.
 - Não existem estados finais
 - AP pára aceitando quando a pilha estiver vazia
- As duas definições são equivalentes
 - Possuem o mesmo poder computacional

AP ou AP Não-Determinístico

- Fita
- Pilha
- Unidade de Controle
 - Cabeça de fita
 - Cabeça da pilha
- Programa ou Função de Transição

AP ou AP Não-Determinístico

- Pilha: memória auxiliar
 - Pode ser usada livremente para leitura e gravação
 - Dividida em células. Cada célula:
 - Um símbolo de um alfabeto auxiliar
 - Pode ser igual ao alfabeto de entrada
 - Leitura ou Gravação
 - Sempre na mesma extremidade (topo)
 - Não possui tamanho fixo e nem máximo
 - Valor inicial: vazio

AP ou AP Não-Determinístico

- Unidade de Controle: reflete o estado corrente da máquina. Possui:
 - Cabeça de fita
 - Cabeça de pilha
- Cabeça de Fita
 - Unidade de leitura
 - Acessa uma célula da fita de cada vez
 - Movimenta-se exclusivamente para a direita
 - Pode-se testar se leu toda a entrada

AP ou AP Não-Determinístico

- Cabeça da Pilha: unidade de leitura e gravação
 - Leitura
 - Move para direita (“para baixo”)
 - Acessa um símbolo de cada vez: topo
 - Exclui o símbolo lido
 - É possível testar se a pilha está vazia

AP ou AP Não-Determinístico

- Cabeça da Pilha: unidade de leitura e gravação
 - Gravação
 - Move para a esquerda (“para cima”)
 - É possível armazenar uma palavra composta por mais de um símbolo
 - Neste caso, o símbolo do topo é o mais à esquerda da palavra gravada

AP ou AP Não-Determinístico

- Programa ou Função de Transição
 - Programa
 - Comanda a leitura da fita
 - Comanda a leitura e gravação da pilha
 - Define o estado da máquina dependendo do estado corrente, símbolo lido da fita e símbolo lido da pilha
 - Determina o novo estado e a palavra a ser gravada na pilha.
 - Pode mudar de estado por movimento vazio

AP ou AP Não-Determinístico

- Definição Formal:
 - $M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F, V)$
 - Σ : alfabeto de símbolos de entrada
 - Q : conjunto finito de estados
 - δ : função programa ou função de transição
 - q_0 : estado inicial
 - F : conjunto de estados finais
 - V : alfabeto auxiliar ou alfabeto da pilha

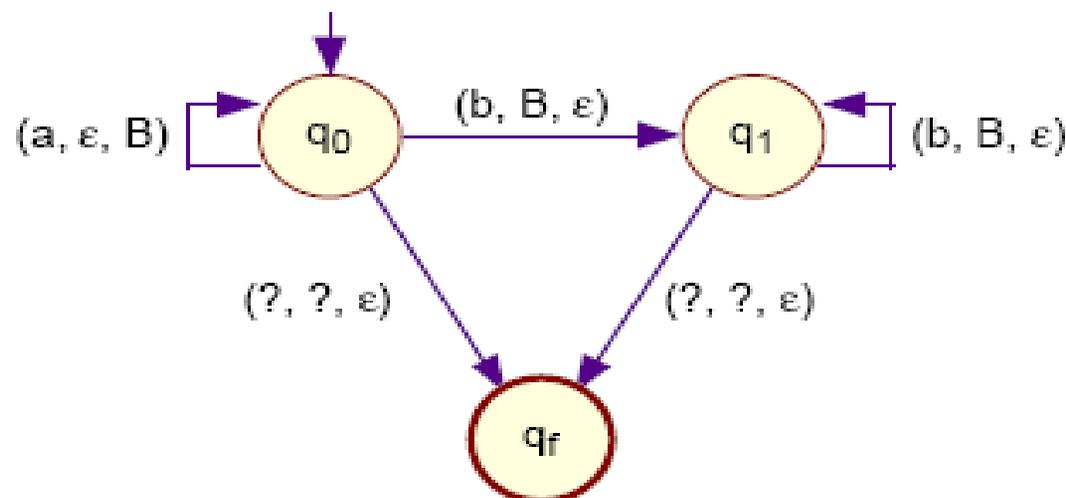
AP ou AP Não-Determinístico

- Exemplo:
 - $\delta(p, ?, \epsilon) = \{(q, \epsilon)\}$
 - No estado p
 - Se a entrada foi completamente lida
 - Não lê da pilha
 - Assume o estado q
 - Não grava da pilha

Exemplos de AP

◆ Exemplo: $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$

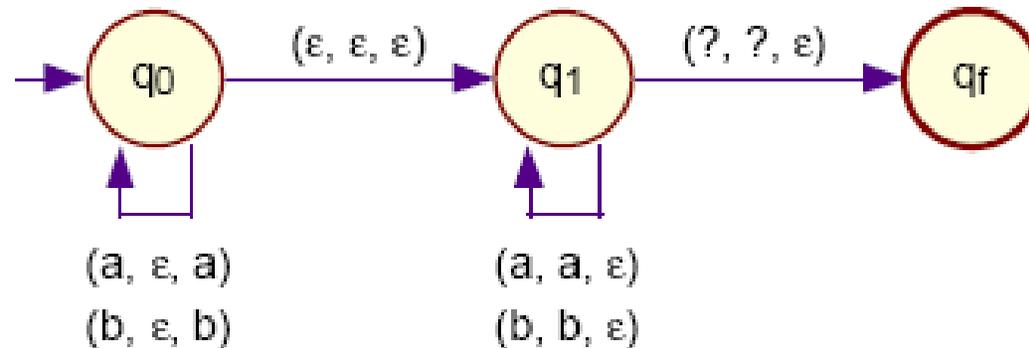
- um AP **determinístico**
- $M_1 = (\{a, b\}, \{q_0, q_1, q_f\}, \delta_1, q_0, \{q_f\}, \{B\})$
 - * $\delta_1(q_0, a, \epsilon) = \{(q_0, B)\}$
 - * $\delta_1(q_0, b, B) = \{(q_1, \epsilon)\}$
 - * $\delta_1(q_0, ?, ?) = \{(q_f, \epsilon)\}$
 - * $\delta_1(q_1, b, B) = \{(q_1, \epsilon)\}$
 - * $\delta_1(q_1, ?, ?) = \{(q_f, \epsilon)\}$



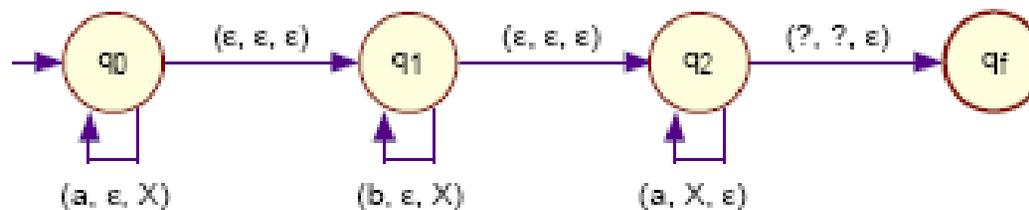
Exemplos de AP

◆ Exemplo: $\{ww^r \mid w \in \{a, b\}^*\}$

- um AP não-determinístico



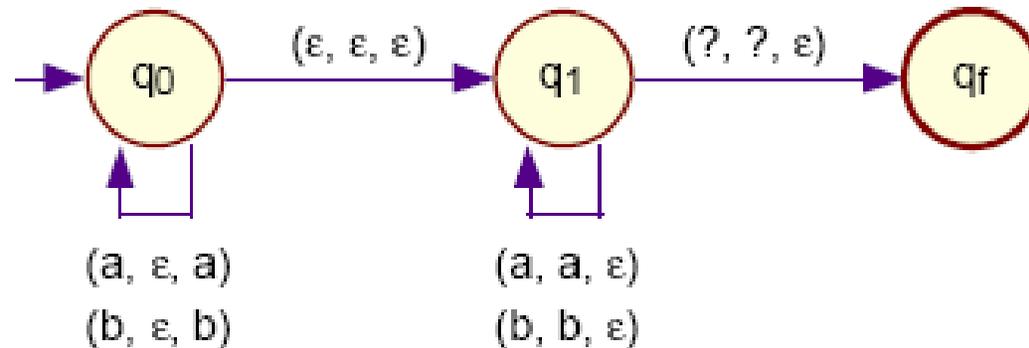
◆ Exemplo: $\{a^n b^m a^{n+m} \mid n \geq 0, m \geq 0\}$



Exemplos de AP

◆ Exemplo: $\{ww^r \mid w \in \{a, b\}^*\}$

- um AP não-determinístico



◆ Exemplo: $\{a^n b^m a^{n+m} \mid n \geq 0, m \geq 0\}$

