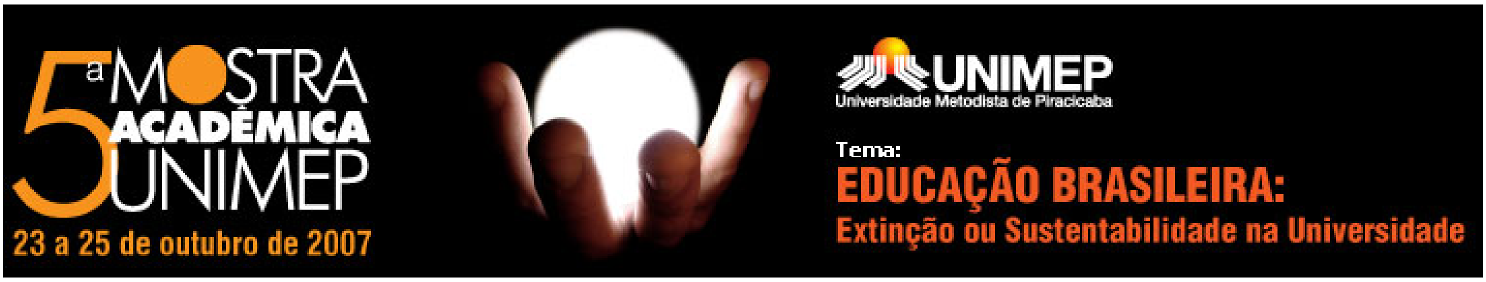

5º Simposio de Ensino de Graduação

TARTÁGLIA E O MÉTODO DE RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE TERCEIRO GRAU

Autor(es)

KLEYTON VINICYUS GODOY

Orientador(es)

ADRIANA CÉSAR DE MATTOS

1. Introdução

Acredita-se que Tartaglia nasceu por volta de 1500 d.C. na cidade de Brescia, território que hoje pertence à Itália. Na verdade, o “nome” Tartaglia – que significa gago – trata-se de um apelido dado a si, devido a sua dificuldade de se comunicar com as pessoas através de palavras. Seu nome de batismo é Niccolò Fontana de Brescia. 1512, a cidade de Brescia foi atacada por tropas francesas lideradas por um rapaz de 22 anos chamado Gaston de Foix. Durante o ataque, a população de Brescia se refugiou em vários lugares, dentre esses locais, a família de Tartaglia se escondeu na Igreja da cidade. O barulho dos cavalos, o grito de pessoas sendo esmagadas e massacradas eram aterrorizantes. Um dos cavalos se aproximou do pilar cujo qual estavam escondidos Tartaglia e sua família. Após ver a espada na mão do cavaleiro, o sentimento de Tartaglia foi de muita dor, pois fora ferido na cabeça e no rosto. A Cidade de Brescia foi completamente tomada e saqueada pelos gregos. O corpo dele foi encontrado inanimado meio à centenas de mortos espalhados pela igreja. Seu rosto estava atravessado por dois ferimentos horríveis e estava com o maxilar fraturado, porém Tartaglia foi resgatado ainda vivo e levado para casa junto de sua mãe. <span style=mso-spacerun: > <span style=mso-tab-count: > Micheletto, o pai de Tartaglia, morreu de cansaço devido ao pequeno porte e grande esforço físico empregado na sua tarefa de entregador de correspondência aos nobres do lugar, seis anos antes dos acontecimentos descritos acima. Sem meios para pagar um médico, a própria mãe de Tartaglia cuidou dos seus ferimentos, durante este período de recuperação, Tartaglia passou meses sem pronunciar uma palavra sequer, temiam que ele ficasse mudo. Aos poucos recuperou um pouco a sua fala, ainda assim gaguejando. Daí então o ganho de seu apelido Tartaglia.

2. Objetivos

O fato gerador desse trabalho, foi em virtude de grande parte dos alunos e inclusive professores de matemática, desconhecerem o método de resolução de equações com grau maior que 2, especificamente, as equações cúbicas (terceiro grau). A importância desse método se dá por toda a história que fora elaborado e também pela diversidade de aplicações na matemática, fisica, astronomia, balística, entre outras ciências. Os principais objetivos desse trabalho são:

Apresentar grandes acontecimentos que marcaram a vida do matemático Tartaglia;

Relatar os principais fatos históricos que envolveram todo o processo da criação do método de resolução das equações cúbicas;

Mostrar a demonstração teórica do método de Tartaglia.

3. Desenvolvimento

Este trabalho foi desenvolvido durante a disciplina História da Matemática através de consultas de livros na biblioteca da Universidade Metodista de Piracicaba e outros emprestados pela orientadora. Alguns artigos e sites que relatavam a história, demonstração ou aplicação do método da resolução de equações de terceiro grau também foram utilizados como material de pesquisa.

4. Resultados

Durante a infância, exatamente aos seis anos, iniciou seus estudos com um professor que lhe ensinou um terço do alfabeto (A até I), devido a morte do pai foi pago apenas a primeira parcela de seus estudos, resultando o afastamento do professor perante os estudos de Tartaglia e tornando-o autodidata na construção de seu conhecimento. O interesse de Tartaglia por soluções de equações de terceiro grau iniciou após leituras de recreações matemáticas (livros que apresentavam diversos problemas e situações que só podiam ser resolvidos com uma solução matemática). As equações desse tipo eram resolvidas apenas por métodos geométricos, muitos matemáticos tentaram bolar a solução dessas equações cúbicas através de radicais, mas não obtiveram sucesso. la Nave suas descobertas. Este repassou o método ao amigo Anton Maria del Fiore, que após a morte de Del Ferro lançou diversosAo tomar conhecimento destes desafios, Tartaglia tratou de aceitar e iniciou um duelo algébrico com Del Fiore. Apostas foram feitas, inclusive em dinheiro, e foi estipulado um prazo de 40 dias para que ambos divulgassem seus resultados. Em poucos dias Tartaglia terminara de resolver todos os problemas, enquanto Del Fiore não resolveu nenhum dos problemas propostos por Tartaglia, sendo assim o perdedor. Tartaglia não aceitou o prêmio do duelo devido a achar Del Fiore um mal perdedor e jogador, pois após a derrota Del Fiore teve a atitude de contestar os resultados. Todos esperavam que Tartaglia fosse divulgar o método que lhe permitiu se consagrar vitorioso, e não foi exatamente o que aconteceu, todos ficaram só na espera, pois Tartaglia não divulgou seus resultados naquele momento. A razão para tal atitude de Tartaglia, baseava-se no fato de que ele estava ocupado demais com suas traduções, mas afirmou que jamais iria deixar que suas descobertas fossem sepultadas consigo e que reservaria um tempo para publicar tal método outrora. Girolamo Cardano, médico e matemático, assim como Tartaglia teve uma vida cheia de diversas situações desfavoráveis e adversas na sua vida para o desenvolvimento de seus conhecimentos e aprendizados, Cardano também teve. Ao tomar conhecimento dos feitos de Tartaglia, entrou em contato com ele e não obteve o resultado que esperava, a divulgação do método de resolução das equações cúbicas. Continuou pressionando Tartaglia durante anos com artimanhas, incansáveis pedidos de suplica e até ameaças. Após várias tentativas, Cardano enviou uma carta a Tartaglia chamando-lhe de presunçoso, e dizendo que enquanto ele acreditava estar no alto, na verdade estava no fundo do poço. Cansado de tantas negativas de Tartaglia, Cardano resolveu mudar sua estratégia para obter alguma informação. Passou a fazer-se de meigo e conquistou a amizade de Tartaglia, chegando a mostrar para Cardano alguns dos problemas que havia enviado para Del Fiore no confronto algébrico, mas ainda assim guardando muitos segredos. A saúde de Tartaglia era frágil, e precisava sempre de cuidados médicos, os quais ele não obtivera em sua infância. Cardano se aproveitou deste fato para aproximar-se ainda mais de Tartaglia, já que era formado em medicina. No ano de 1537, Tartaglia publicou A resistência de Tartaglia perante Cardano, diminuía cada vez mais com o passar do tempo até que em Março de 1539, Tartaglia finalmente cedeu e contou sua forma de resolução em estilo de poema a Cardano, que interpretou da seguinte maneira: “Queres resolver a equação um cubo e coisas igualam um número dado. Encontra dois números cuja diferença seja o número dado cujo produto é o Cardano havia feito uma promessa de que jamais iria publicar os resultados de Tartaglia, apenas anotaria para si através de códigos e ninguém entenderia mesmo após sua morte. Algum tempo depois, Tartaglia teve uma grande surpresa, seu método de resolução fora publicado e explicado detalhadamente na publicação A decepção de Tartaglia foi imediata e sua amizade com Cardano foi totalmente abalada. Restou a Tartaglia publicar seus tratados, o Uma equação geral do terceiro grau na variável x, é dada por: a x3 + b x2 + c x + d = 0 E se o coeficiente a do termo do terceiro grau é não nulo, dividiremos esta equação por a para obter: x3 + (b/a) x2 + (c/a) x + (d/a) = 0 E assim consideraremos só as equações em que o coeficiente de x3 seja igual a 1, isto é, equações da forma geral: x 3 + A x 2 + B x + C = 0 Onde A=b/a, B=c/a e C=d/a. Fazendo a substituição de translação: x = y - A/3 Na equação acima, obteremos: y 3 + (B - A 2/3) y + (C - A B / 3 + 2 A 3 / 27) = 0 E tomando p = (B - A2/ 3)

q = C-AB/3 +(2/27) A3 Simplificaremos a equação do terceiro grau na variável y, para: y3 + p y + q = 0 Como toda equação desta forma possui pelo menos uma raiz real, nós encontraremos esta raiz na forma y = u + v . Substituindo y por u+v, na última equação, obteremos: (u + v)3 + p(u + v) + q=0 O que equivale a u3 + v3 + 3uv(u + v)+p(u + v) +q=0 Ou seja u3 + v3 + (3uv+p)(u + v) + q=0 Usando esta última equação e impondo a condição para que: p = -3 u v

q= -(u3+v3) Teremos encontrado valores de u e v para os quais y = u + v deverá ser uma raiz da equação. Estas duas últimas condições implicam que: u3 v3 = -p3 / 27

u3 + v3 = -q Considerando u3 e v3 como variáveis, o problema equivale a resolver uma equação do segundo grau da forma: z2 - S z + P = 0 onde S = soma das raízes = u3 + v3

P = produto das raízes = u3 v3 Assim, resolveremos a equação do segundo grau: z2 + q z -p3 / 27 = 0 Para obter as partes u e v da primeira raiz: r1 = u + v Tomando o discriminante desta última equação, definido por: D = (1/4) q2 + (1/27) p3 E utilizando a fórmula de Bhaskara, teremos: u3 = -(1/2)q + D1/2

v3 = -(1/2)q - D1/2 A raiz r1 da equação original x 3 + A x 2 + B x + C = 0 Dependerá da translação realizada no início e será dada por: r1 = u + v - A / 3 Como r1 é uma raiz, utilizaremos a divisão (x3 + A x2 + B x + C) / (x - r1) Para obter a polinomial de segundo grau: p(x) = x2 +(A+r1) x -C/r1 Com o resto igual a: Resto = C + r1[B + r1.(A+r1)] Que será nulo ou muito próximo de zero se o valor for aproximado. Os zeros desta última polinomial de segundo grau, poderão ser obtidos facilmente e as outras duas raízes dependerão do valor d2 que é o discriminante desta última polinomial. Através da análise destes valores, poderemos conhecer as características das raízes da equação: x 3 + A x 2 + B x + C = 0 D>0 D<0 Na verdade, a construção das raizes não é simples e consideraremos duas possibilidades: D negativo ou D não negativo. Se D é negativo, devemos calcular a sequência de valores: E = (-D)1/2

r = ((1/4)q2 + E2)1/2

t = arccos(-q/2r); Sendo que as três raízes reais serão dadas por: r1 = 2 r1/3.cos(t/3)) - A/3;

r2 = 2 r1/3.cos((t+2*pi)/3)) - A/3;

r3 = 2 r1/3.cos((t+4*pi)/3)) - A/3. Se D é não negativo, devemos calcular a seqüência de valores: E = D1/2

u3 = -q/2 + E

v3 = -q/2 - E

u = (u3)1/3

v = (v3)1/3 Sendo que a primeira raiz será: r1 = u + v - A/3 Para obter as outras raizes, deve-se calcular: d2 = (A+r1)2 + 4.C/r1 e considerar as duas possibilidades sobre d2: 1. Se d2 é negativo: r2 = -(A+r1)/2 + (1/2).(-d2)1/2

r3 = -(A+r1)/2 -(1/2).(-d2)1/2 Se d2 é não negativo: r2 = -(A+r1)/2 + (1/2).(d2)1/2

r3 = -(A+r1)/2 - (1/2).(d2)1/2

Generalizando:

(anexo 1)

5. Considerações Finais

Tartaglia encontrou um metodo para solucionar este problema. Do ponto de vista historico esta questao faz com que nomes tais como Scipione del Ferro, Del Fiore e principalmente Cardano por formarem o grupo de matematicos interessados na questao proposta. Um aspecto interessante foi o modo como Tartaglia apresentou para Cardano a resolucao da equacao do terceiro grau, em forma de poema.

Infelizmente esta questão da resolução das equaçõs cúbicas são deixadas de lado no contexto escolar por vários fatores, dentre eles, desconhecimento deste método por parte dos professores, medo de os alunos acharem o método complexo, entre outros.

Referências Bibliográficas

GUEJ, Denis. **Teorema do Papagaio**. 1999

http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/medio/polinom/tartaglia.htm

Anexos

$$x = \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2} + \frac{q}{2}} - \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2} - \frac{q}{2}}$$